Newtonsches Abkühlungsgesetz

W. Schmidt 2023

Wärmeströme

$$Q^{\cdot} = \frac{dQ}{dt} = -k \cdot A(T - T_u)$$

$$dQ = m \cdot C_p \cdot dT$$

Eingesetzt

$$\frac{m \cdot C_p \cdot dT}{dt} = -k \cdot A(T - T_u)$$

Umgeformt

$$\int_{T0}^{T} \frac{dT}{T - T_u} = -\frac{k \cdot A}{m \cdot C_p} \int_{0}^{t} dt$$

Integration

$$ln \frac{T - T_u}{T_o - T_u} = -\frac{k \cdot A}{m \cdot C_p}$$

Exponent zur Basis e

$$\frac{T - T_u}{T_o - T_u} = e^{-\frac{k \cdot A}{m \cdot C_p} \cdot t}$$

Umgeformt

$$T = T_U + (T_o - T_u)e^{-\frac{k \cdot A}{m \cdot C_p} \cdot t}$$

Oder

$$T = T_0 + (T_u - T_o)(1 - e^{-\frac{k \cdot A}{m \cdot C_p} \cdot t})$$

T = T(t) zeitabhängige Temperatur der Masse m [°C]

T_u = Umgebungstemperatur [°C]

T_0 = Temperatur der Masse m zum Zeitpunkt t = 0 [°C]

m = Masse [kg]

Cp = spezifische Wärme der Masse m [J/kg·K]

k = Wärmedurchgangskoeffizient [W/m²·K]

A = Fläche der Wärmeströmung [m²]

t = Zeit [s]

Q = Wärme [J]

Q' = Wärmestrom [W]

Bedingung für Abkühlen: $T > T_u$

Bedingung für Aufheizen: $T < T_u$